

Sistemas de ecuaciones

1. LECTURA COMPRENSIVA

En este tema podríamos proponer un trabajo biográfico sobre Descartes, René (1596-1650) con el siguiente esquema:

Apuntes biográficos:

1. Detalles históricos y geográficos.
2. Aportación a las matemáticas.
3. Otras aportaciones.

Una página web interesante es la siguiente:

<http://www.lacoctelera.com/lic-ilianayrodriguez/post/2007/06/27/biografia-rene-descartes>

En el anexo final se incluye el trabajo.

También:

www.ebiografias.com



2. LO QUE VAMOS A ENSEÑAR

EN BUSCA DEL CONOCIMIENTO. SABER PARA CONOCER

Trabajando el conocimiento

Para el desarrollo de las clases podemos utilizar el siguiente guión:

1. Sistemas

Surgen de los problemas en los que hay más de una incógnita.

Cada ecuación representa un dato.

Ejemplo inicial para argumentar: Dos números suman 10 y su diferencia es 2.

Podemos resolverlo por los tres métodos como repaso.

2. Álgebra y Geometría

René Descartes unió estas dos partes de la matemática introduciendo los ejes de coordenadas. Cada incógnita se representa en un eje.

Podemos representar las dos rectas anteriores dando algunos valores.

La solución es la intersección de ambas figuras.

Se pueden representar figuras sencillas y a través de algunos valores significativos: rectas, hipérbolas, parábolas, circunferencias. Y sobre ellas hacer una consideración sobre los cortes y, por tanto, las soluciones de un hipotético sistema.

3. Sistemas 'no' lineales

Son aquellas en que alguna ecuación no es lineal –grado 1–.

Lo normal es resolver por sustitución.

Este es el apartado fundamental de la unidad.

Ejemplos que pueden ser interesante resolver y comentar despacio:

$$\begin{cases} x^2 - 3x - y = 0 \\ -2x + y + 6 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 - x^2 = -3 \\ x \cdot y = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 9 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = x + 2 \\ \frac{1}{x} - \frac{x}{y} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - y = 9 \\ \sqrt{x + y} + y = x \end{cases}$$

Una actividad interesante para este tema sería hacer una observación astronómica en un lugar adecuado de nuestra ciudad.

Para prepararla se puede utilizar el programa *stellarium* que es magnífico y se puede descargar gratuitamente de la siguiente página:

<http://www.stellarium.org/es/>

Se puede proponer también que un par de alumnos por tema expongan en tres minutos ante sus compañeros los temas siguientes:

1. La biografía del tema.
2. Una síntesis de la observación.

En esta parte se pueden ir dando apuntes sobre cómo hablar en público destacando cada día un aspecto.

Ejercicios prácticos para asentar el concepto

Sería suficiente seleccionar algunos de los que vienen en cualquier libro de texto.

Trabajo sobre la biografía de un matemático según se indica más arriba.

Ejercicios utilizando el programa *wiris*. Es un programa de cálculo bastante bueno y sencillo. Con el libro de Bruño viene una versión libre. También se puede utilizar en www.wiris.com

En el libro de Bruño, al final de cada capítulo, vienen unos ejercicios utilizando el programa *wiris*. Se pueden proponer algunos de los ejercicios que hayamos utilizado para resolver con el programa.

Se puede utilizar *online* en las siguientes direcciones:

<http://herramientas.educa.madrid.org/wiris/>

<http://www.wiris.com/demo/es/>

COMPETENCIAS BÁSICAS DE LA PROPIA ASIGNATURA. SABER PARA APLICAR

(Aplicabilidad personal, familiar, social, cultural,...)

- Interpretación y utilización del lenguaje algebraico y de las ecuaciones en diferentes con-textos, eligiendo la notación más adecuada para cada caso.
- Formulación verbal de problemas algebraicos, de los términos en que se plantean y del proceso y cálculos utilizados para resolverlos, confrontándolos con otros posibles.
- Utilización de los procedimientos tradicionales de resolución de sistemas de ecuaciones de lineales y 'no' lineales.
- Utilización de la calculadora y del ordenador u otros instrumentos de cálculo para la realización de cálculos algebraicos, decidiendo sobre la conveniencia de usarla en función de la complejidad de los cálculos y de la exigencia de exactitud en los resultados.
- Identificación de problemas de ecuaciones diferenciando los elementos conocidos de los que se pretende conocer y los relevantes de los irrelevantes.
- Decisión sobre qué ecuaciones y operaciones son adecuadas en la resolución de problemas algebraicos.
- Formulación de conjeturas sobre situaciones y problemas ecuaciones, y comprobación de las mismas mediante el uso de ejemplos y contraejemplos, el método de ensayo y error, etc. Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje algebraico para representar, comunicar o resolver diferentes situaciones.
- Incorporación del lenguaje y del cálculo algebraico a su patrimonio cultural.
- Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas y realizar cálculos.

- Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas algebraicos. Adquisición de hábitos de pensamiento intuitivo, analítico y creativo.
- Sensibilidad y gusto por la presentación ordenada y clara del proceso seguido y de los resultados obtenidos en problemas y cálculos algebraicos. Adquisición de hábitos de pensamiento ordenado y riguroso.

COMPETENCIAS BÁSICAS COMO EJERCICIO TRANSVERSAL DENTRO DE LA UNIDAD

1. Competencia en comunicación lingüística

A través de los trabajos sobre la biografía de un matemático y la redacción sobre la observación astronómica que se expone más arriba.

Usar el lenguaje simbólico para describir y manipular problemas científicos.

Por medio de la exposición oral en el aula del trabajo sobre la biografía y la del vídeo.

2. Competencia matemática

Ya viene desarrollada más arriba.

3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico

En el desarrollo de la unidad el programa de astronomía de posición que se propone presenta una perspectiva muy interesante del aspecto nocturno del cielo y cómo lograr situarse y localizar las diferentes constelaciones y estrellas.

Los problemas del tema son especialmente interesantes para presentar distintos ámbitos del conocimiento científico y del mundo así como la forma de abordarlos y resolverlos.

La observación directa del cielo nocturno también es una actividad que puede abrir su mente a lo que ha significado y significa el mundo estelar para la orientación, la comprensión de nuestro mundo.

4. Tratamiento de la información y competencia digital

La lectura del libro de texto, la consulta de internet en la página reseñada más arriba, el visionado del vídeo suponen un tratamiento de la información por las actividades que se proponen.

La utilización de internet para recabar información y del programa wiris son dos desarrollos interesantes de la competencia digital.

5. Competencia social y ciudadana

Esto lo cultivaremos por los momentos de trabajo en clase. Trabajo en equipo con su compañero, exposición de preguntas o sugerencias,... Los debates después las observaciones astronómicas.

La observación nocturna es un buen momento para desarrollar hábitos sociales.

6. Competencia cultural y artística

La biografía del matemático que se trabaja es una ventana a una época y a un lugar histórico.

La contemplación y estudio del firmamento en el programa y la observación directa es una fuente para el enriquecimiento cultural y la sensibilidad artística.

7. Competencia para aprender a aprender

La utilización del programa *wiris* requiere un grado de labor autodidacta. También la utilización del libro de texto para resolver dudas y la consulta en internet.

Lo mismo se entiende en la confección y uso del planisferio.

8. Autonomía e iniciativa personal

Sobre todo en la elaboración de los trabajos que tienen su parte abierta y facilitan la investigación personal así como la exposición de la propia percepción de las cosas.

3. EVALUACIÓN

EVALUACIÓN COMÚN DEL SABER PARA CONOCER

La realización de un ejercicio sobre los conocimientos parece el núcleo de nuestra evaluación.

Parece que este apartado no ofrece mayor problema. Tendríamos que seleccionar ejercicios teóricos y prácticos de cada uno de los apartados del guión previsto. Podríamos evaluar los siguientes conocimientos:

1. Utiliza los conceptos, procedimientos y terminología de los sistemas de ecuaciones.
2. Resuelve gráficamente un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas.
3. Resuelve analíticamente un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas.
4. Resuelve analíticamente un sistema de ecuaciones no lineales.
5. Resuelve analíticamente un sistema de ecuaciones exponenciales.
6. Resuelve analíticamente un sistema de ecuaciones logarítmicas.
7. Resuelve problemas de sistemas de ecuaciones.

EVALUACIÓN DE LAS COMPETENCIAS BÁSICAS DE SABER PARA APLICAR

La selección de algunos problemas que estén relacionados con los contenidos anteriores.

NOTA.-

Algunas ideas están tomadas del material para el profesor de la editorial BRUÑO.

ANEXO.-

RENÉ DESCARTES

Descartes tiene fama de filósofo y el intelecto más grande de los que contribuyeron a crear la llamada "Edad de la Razón".

Descartes nació en una familia francesa noble en la Turena, y fue el tercero y último hijo de la primera esposa de su padre, quién murió poco después del nacimiento de René. Su padre era un hombre de raro sentido común que hizo todo lo posible por compensar a sus hijos la pérdida de su madre. Un aya excelente ayudó al débil y enfermizo René a sobrevivir; y creció para convertirse en un niño pálido y serio, que siempre deseaba conocer la causa de todas las cosas que existían bajo el Sol.

Debido a la mala salud de su hijo, su padre aplazó la educación formal hasta que llegó a la edad de ocho años. Entonces escogió el colegio jesuita de La Flèche como la escuela ideal. El rector se encariñó en seguida con el pálido y confiado niño.

Evidentemente, decidió que necesitaba ayudar a fortalecer el cuerpo del pequeño si quería educar su mente. Como René parecía requerir más descanso que los niños normales de su edad, se le permitía levantarse tan tarde como quisiera antes de reunirse con sus condiscípulo. Durante su vida, Descartes siguió esta costumbre de levantarse tarde después de pasar tranquilamente la mañana en silenciosa meditación. Cursó estudios normales de lógica, ética, metafísica, historia, ciencias y literatura. Luego se dedicó a trabajar independientemente en el álgebra y geometría, que se convirtieron en sus materias favoritas "debido a la certidumbre de sus pruebas". Prosiguió sus estudios en la Universidad de Poitiers, donde cursó las materias de derecho. En cuanto recibió su diploma, "abandonó del todo el estudio de las letras y resolvió no aspirar ya a ninguna otra ciencia que no fuera el conocimiento de sí mismo o de los grandes libros del mundo".

Siguiendo este propósito, fue a París para divertirse con los juegos de azar. Pronto se cansó de ellos y se retrajo al mundo de la erudición. Pasó dos años siguientes en la soledad, estudiando matemáticas. A la edad de veintidós años se ofreció como voluntario en el ejército del príncipe Mauricio de Nassau.

Después de ingresar en el ejército, fue enviado a Breda, en Holanda. Un día, cuando se reunía una multitud frente a un cartel, pidió a un anciano caballero que se lo tradujera. Éste leyó el problema matemático contenido en el cartel y el reto para resolverlo. Al punto, Descartes procedió a resolver el problema para el caballero, el cual era Isaac Beeckman, uno de los más grandes matemáticos y doctores de Holanda. Beeckman comprendió en seguida que Descartes no era un soldado común y se convirtió en su amigo y mentor. A Descartes lo entusiasmó tanto esta amistad accidental, que menos de cuatro meses después informó a su amigo el descubrimiento de una nueva manera de estudiar la geometría.

Lo inquietaron los métodos de los geómetras griegos para llegar a sus ingeniosas pruebas sin un sistema fundamental de ataque y se propuso corregirlos mediante el manejo de líneas y figuras tridimensionales en una gráfica. Dibujaba la gráfica marcando unidades en una línea horizontal (eje x) y una línea vertical (eje y); así, cualquier punto de la gráfica podía describirse con dos números. El primer número representaba una distancia en el eje x y el otro número representaba una distancia en el eje y. Aunque conservaba las reglas de la geometría euclidiana, combinaba el álgebra y la geometría, consideradas entonces como independientes, para formar una nueva disciplina matemática llamada geometría analítica. En el 1629 decidió irse a vivir a Holanda, allí estudió otras cosas aparte de filosofía y las matemáticas, comprendiendo la óptica, la física, la química, la anatomía y la medicina. En 1634 aún no publicaba nada, pero seguía dedicado a incorporar todos sus conocimientos, desde la astronomía hasta la anatomía humana, en un impresionante tratado que se llamaba El mundo. Todo París esperaba con gran curiosidad la obra maestra de Descartes pero este se enteró de que la Inquisición condenó a Galileo por atreverse a defender la teoría copernicana de que el Sol era el centro del Universo.

El 8 de Junio de 1637 Descartes dio al mundo su geometría analítica como un apéndice modesto de su obra maestra Discurso del método. Al propalarse la fama de Descartes, la realeza comenzó a cortejarlo. Carlos I de Inglaterra y Luis XIII de Francia invitaron al famoso filósofo a adornar sus respectivas cortes. En 1646, Descartes vivía en feliz aislamiento en Egmond, Holanda, meditando, cuidando su pequeño jardín y sosteniendo correspondencia con intelectuales de Europa, cuando la reina Cristina de Suecia le suplicó que fuera a su corte. Descartes partió en el otoño de 1649. Todo podría haber resultado perfecto para Descartes si Cristina no hubiera insistido en hacer que le enseñara filosofía a partir de las cinco de la mañana en un aposento grande y frío. Descartes era demasiado bien educado para quejarse de esta desagradable circunstancia, aunque siempre odiaba el frío y rara vez se levantaba antes del mediodía. Después de tres meses de estas espantosas clases antes del amanecer, enfermó de gravedad y murió de una enfermedad respiratoria, que probablemente fue pulmonía. Diecisiete años más tarde, su cadáver volvió a París, donde fue sepultado en lo que hoy es el panteón.

Autora: Iliana Rodríguez

<http://www.lacoctelera.com/lic-ilianayrodriguez/post/2007/06/27/biografia-rene-descartes>